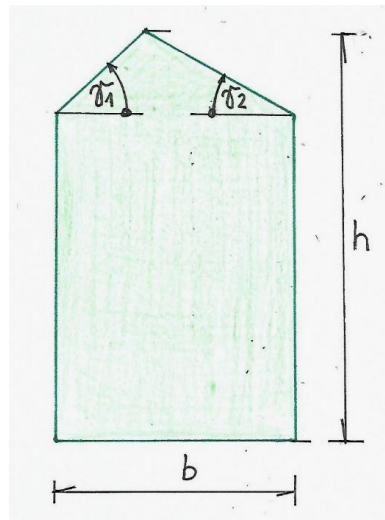


Egy megfaragott gerenda felhasználásáról – 3. rész

Eddig tisztán geometriai kérdésekkel foglalkoztunk a megfaragott gerenda esetében. Már el tudjuk dönteni, hogy az eresztvonalak és a tetőhajlások adott szögei esetén milyen megfaragást kell alkalmazni, hogy az élszarufa mindkét tetősíkhöz simuljon. A gerenda megfaragását mutatja az 1. ábra is.

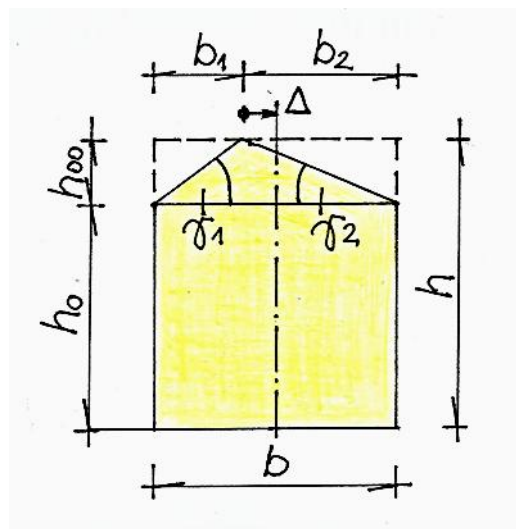


1. ábra

Nem esett szó eddig a megfaragási / ferdén lefűrészelt részről.

Tudjuk *) korábbi írásunkból, hogy az 1. ábra szerinti az anyagtakarékosabb megoldás, vagyis amikor pont egy magasságban vannak a magasabb keresztmetszet - oldal törés - pontjai; más szóval: az élszarufa felső éle nem a **b** szélességi méret felében fut.

Most tekintsük a 2. ábrát!



2. ábra

Itt a továbbiakban alkalmazott jelöléseket is feltüntettük.

1. Feladat

Határozzuk meg a megfaragott gerenda kialakítási veszteségének százalékos értékét!

Megoldás

Az induló keresztmetszeti terület:

$$A_0 = b \cdot h ; \quad (1)$$

a veszteségi keresztmetszeti terület:

$$A_v = \frac{b \cdot h_{00}}{2} ; \quad (2)$$

a maradó keresztmetszeti terület:

$$A = A_0 - A_v = b \cdot h - \frac{b \cdot h_{00}}{2} = b \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot h_{00} \right), \text{ tehát:}$$

$$A = b \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot h_{00} \right) . \quad (3)$$

A 2. ábra alapján írhatjuk, hogy:

$$h_{00} = b_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_1 = b_2 \cdot \operatorname{tg} \gamma_2 , \quad (4 / 1)$$

$$b_1 + b_2 = b . \quad (4 / 2)$$

Ezt az egyenletrendszert megoldva:

$$b_1 = b_2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1} \rightarrow b_2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1} + b_2 = b \rightarrow b_2 \cdot \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1} \right) = b \rightarrow \underline{b_2 = \frac{b}{1 + \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1}}} ; \quad (5 / 1)$$

$$b_1 = b_2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1} \rightarrow \underline{b_1 = b \cdot \frac{\frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1}}{1 + \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1}}} . \quad (5 / 2)$$

Más alakban:

$$b_1 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2} , \quad b_2 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_1}{\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2} . \quad (6)$$

Most (4 / 1) és (6) - tal:

$$h_{00} = b_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_1 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_2 \cdot \operatorname{tg} \gamma_1}{\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2} = b_2 \cdot \operatorname{tg} \gamma_2 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2} ,$$

$$h_{00} = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_1 + \operatorname{tg} \gamma_2} = \frac{b}{\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_2}} . \quad (7)$$

Majd (3) és (7) - tel:

$$A = b \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot h_{00} \right) = b \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right) = b \cdot h \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right), \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{A = A_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right)}}. \quad (8)$$

A keresztmetszet - alak kialakítása utáni veszteség százalékos értéke, (8) – cal is:

$$\delta = \frac{A_0 - A}{A_0} \cdot 100 (\%) = \left(1 - \frac{A}{A_0} \right) \cdot 100 (\%) =$$

$$= \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right) \right] \cdot 100 (\%) = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \cdot 100 (\%), \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{\delta = \frac{b}{2 \cdot h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \cdot 100 (\%)}}. \quad (9)$$

.....

2. Feladat

Határozzuk meg, hogy a megfaragott gerendának mekkora a dolgozó, és mekkora a simuló keresztmetszeti területe!

Megoldás

Úgy vesszük, hogy a keresztmetszet négyszög alakú része az erőtanai szempontból „dolgozó” keresztmetszet:

$$A_{dolg} = b \cdot h_0 = b \cdot (h - h_{00}) = b \cdot \left(h - \frac{b}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right) = b \cdot h \cdot \left(1 - \frac{b}{h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right), \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{A_{dolg} = A_0 \cdot \left(1 - \frac{b}{h} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} \right)}}. \quad (10)$$

Úgy tekintjük, hogy a keresztmetszet háromszög alakú része a tetősíkokhoz „simulást” segíti:

$$A_{sim} = A_v = \frac{b \cdot h_{00}}{2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{b}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}}, \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{A_{sim} = \frac{b^2}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2}}}}. \quad (11)$$

Megjegyzések:

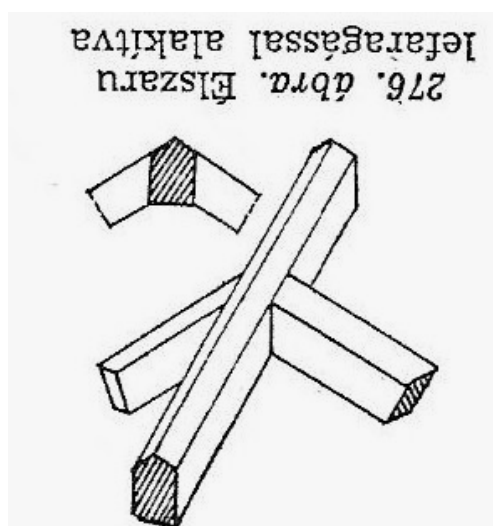
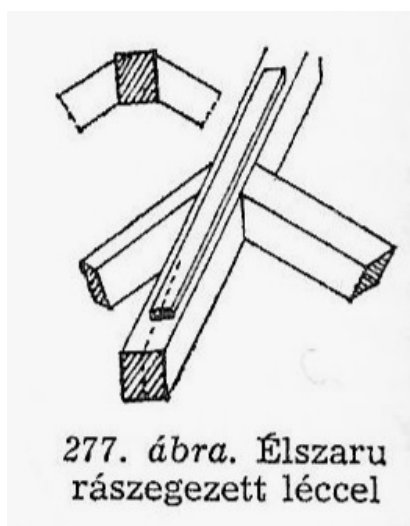
M1. Úgy tűnhet, ez csak játék a számokkal. De nem feltétlenül az, ha belegondolunk: minden gerendát egy ép téglalap keresztmetszetű anyagból alakítanak ki, azaz minden - képpen bekövetkezik egy bizonyos veszteség. A vágásokat meg kell tervezni. Ez azt is jelenti, hogy előre meghatározzák a körfűrészlapok döntési szögét, amely szükséges a felesleges részek eltávolításához. A dönthető lapú körfűrészek akár az építési helyszínen is alkalmazhatók, nem ácsüzemi előregyártás esetén.

M2. Sokan az ilyen eszmefuttatásokra csak legyintenek, mert létezik az ellenérdekeltség is. Gyakori látvány az építkezés befejezése után a halomban álló megmaradt faanyag. Ez jelzi a felkészültség mértékét is.

M3. Nem véletlen, hogy előhoztuk a dolgozó keresztmetszet fogalmát. Tudjuk, hogy valószínűleg a teljes keresztmetszet dolgozik, de egyszerűbb egy négyszög, mint egy ötszög alakú keresztmetszettel számolni. Az erőtanai modell ügyes megválasztásával a számítások egyszerűbbé tehetők, a tönkremenetel veszélye minimálisra csökkenthető, miközben még - sem „hasraütéssel” történik a keresztmetszeti méretek meghatározása, ami pedig a pénz - tárcára is jótékony hatással van.

M4. A „megfaragott gerenda” elnevezés itt nem arra utal, hogy pl. bárdal munkáljuk meg a fagerendát; hanem arra, hogy ötszögletű keresztmetszete lesz, ami az él - és vápaszaru - fákhoz kellhet.

M5. Létezik olyan megoldási mód, amely az élszarufa - gerendára szegezett tetőléccel küzd le a magasságkülönbséget – 3. ábra / 277.



3. ábra – forrása: [1]

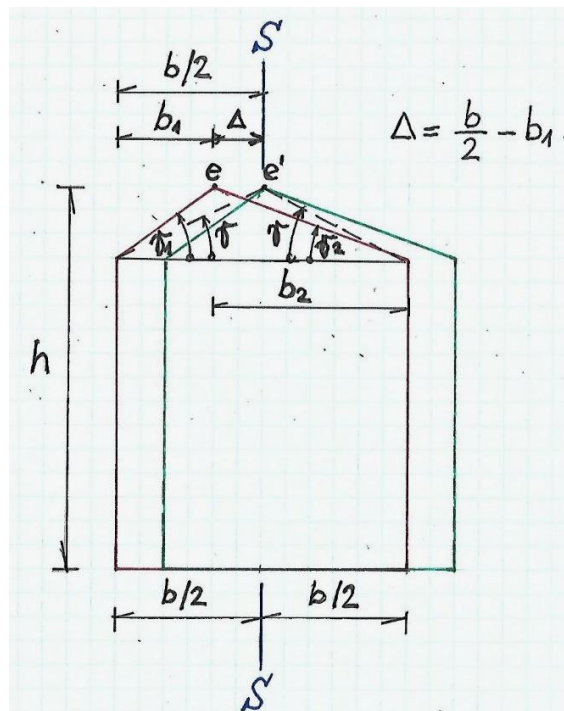
Ekkor nincs értelme simuló keresztmetszet - részről beszélni. Máshol nem lécszegezésével, hanem ötszögletűre alakítással oldják meg e feladatot – 3. ábra / 276. Utóbbit leginkább számítással lehet pontosan elvégezni. Ehhez viszont kell a trigonometria. Ezzel foglalkozunk mi is.

M6. A 2. ábrán jelölt Δ mennyiség az él - eltolás – ld.: ***)! –, melynek értéke:

$$\Delta = \frac{b}{2} \cdot \frac{\frac{\operatorname{tg}\gamma_1}{\operatorname{tg}\gamma_2} - 1}{\frac{\operatorname{tg}\gamma_1}{\operatorname{tg}\gamma_2} + 1}. \quad (12)$$

Ha azt akarjuk, hogy az élszarufa felső éle pontosan a tetősíkok metszéspontjában helyezkedjen el, akkor az aszimmetrikus kialakítású élszarufát Δ - val el kell mozgatni.

Ehhez lásd a 4. ábrát is! A keresztmetszet befoglaló méretei itt is $b \cdot h$.



4. ábra

Ha $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, akkor az élszarufa felső éle az e' pontban van (az egyenes itt pontnak látszik). Az e' él már a tervezett, a tetősíkok metszéspontján áthaladó $S - S$ függőleges síkban van, ami tartalmazza az élszarufa tengelyvonalát. Ha $\gamma_1 \neq \gamma_2$, akkor az élszarufa felső élét az e egyenes adja, amit Δ - val vízszintesen (itt: balról jobbra) el kell tolni, hogy a tervezett e' egyenesbe, illetve az $S - S$ síkba essen. $\Delta > 0$, ha $\gamma_1 > \gamma_2$.

Ehhez lásd ***) - ot is! Az élszarufa elhelyezéséről lehet olvasni ****) és *****) korábbi írásainkban is. Az a – szakirodalomból vett – paralelogramma - szerkesztés egy lépésben elintézi a tetőgeometriai élgerinc és az ötszög keresztmetszetű élszarufa felső élének egybeállítását.

Ajánlott olvasmányok:

*)
<https://www.galgoczi.net/anyagok/Kiegeszites%20az%20otszog%20keresztmetszetu%20elszarufahoz.pdf>

**) [Egy megfaragott gerenda felhasznalasarol_2.pdf](#)

***)
<https://www.galgoczi.net/anyagok/Az%20otszog%20keresztmetszetu%20elszarufa%20keresztmetszetenek%20kialakitasarol.pdf>

****) [Az elszarufa elhelyezeserol.pdf](#)

*****) [Az elszarufa - elhelyezés szerkesztése és számítása az általános esetben.pdf](#)

Forrás:

[1] – ***Tóbiás László ~ Tóbiás Loránd: Ácsszerkezetek***
 25. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1993.

Összeállította: ***Galgóczi Gyula***
 ny. mérnöktanár

Sződliget, 2025. 03. 21.

Továbbiak: www.galgoczi.net